

Санкт–Петербургский Государственный Университет

Габбасов Эмиль Ильдарович

Спектральное моделирование геофизических полей для  
прогнозирования механических характеристик глубинных  
пористых сред

Научный руководитель: д.ф.-м.н. проф. Семенов В.С

Рецензент: к.м.н. Латыпов И.Д.

## Оглавление

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>3</b>
1.1	.....	3
<b>2</b>	<b>Анализ формы каротажной кривой</b>	<b>7</b>
2.1	Классические ортогональные многочлены . . . . .	7
2.1.1	Аппроксимация кривой ГИС полиномами Лежандра .	11
2.1.2	Физический смысл коэффициентов разложения ряда	12
<b>3</b>	<b>Интерполяция данных в межскважинное пространство</b>	<b>14</b>
3.1	Метод К-соседей . . . . .	14
3.1.1	Математическая формулировка метода . . . . .	15
3.2	Моделирование геофизического поля на основе спектральной теории . . . . .	17
3.3	Оценивание спектральной плотности и ковариационной функции . . . . .	21
	<b>Выводы</b>	<b>25</b>

## 1. Введение

### 1.1.

При переходе бурения в области низкопроницаемых и высокорасчлененных коллекторов необходимы пересмотр и адаптация принятых методик изучения месторождений к условиям глинистых, слабосвязанных и высокорасчлененных пластов. Свойства таких пластов характеризуются достаточно высокой нестационарностью (зональной изменчивостью) и анизотропностью (зависимостью от направления). С учетом сложного характера залегания коллекторов, процессов, происходящих во время и после осадконапления, не вызывает сомнений то, что ни один из рассматриваемых пластов не является абсолютно однородным. Конечно, это не означает, что однородность всегда является ключевым фактором, однако вследствие введения в разработку низкопроницаемых и сильно расчлененных коллекторов, данный фактор является одним из основных. Ясно также, что в "чистом виде" изотропность не встречается, и, как правило, особенно на больших масштабах, не встречается и стационарность.

Методы разрешения проблемы интерполяции геофизических данных можно разделить на детерминированные и вероятностные. Целью детерминированной модели является построение поверхности, интерполируемой переменной, максимально близкой к неизвестной величине. Одним из таких методов является кригинг, который заключается в нахождении наилучшей

линейной оценки (обеспечивающей минимум вариации) геофизического поля. Так же часто используется интерполяция сплайнами, которая предполагает априорное знание о геологической системе.

Целью вероятностной модели, полученной посредством обусловленного стохастического моделирования (ОСМ), является предсказание истинного характера неоднородностей между скважинами. При этом требуется воспроизведение статистических параметров поля (среднее, дисперсия, вариограмма) и совмещение значений построенного поля с его известными значениями в известных точках. Основными способами обусловленного стохастического моделирования являются:

- 1) последовательное Гауссовское моделирование
- 2) метод моделирования с использованием цепей Маркова
- 3) моделирование с использованием спектрального представления случайной переменной, который является ключевым методом обработки сигналов, статистической физики, теории турбулентности и т.д.

Широко распространены геологические модели, в которых в качестве математического аппарата используется вариограммный (ковариационный) подход. При этом применяется достаточно ограниченный набор возможных экспериментальных вариограмм, и потому обладает значительными ограничениями. Основных причин две: во-первых, из-за возможной непредставительности выборки точек; во-вторых, ввиду ограниченности самих типов вариограмм, которые, например, не описывают цикличность распределения свойств. Достоверно не могут быть определены ранги вариограмм, их влияние на характер интерполяции данных в межскважинном пространстве и поведении гидродинамических потоков.

Другим ограничением применения вариограммного подхода является необходимость введения дополнительных внутрипластовых направляющих. Без них при интерполяции межскважинных данных зачастую наблюдаются потери связности даже хорошо прослеживаемых пропластков. Это объясняется ограниченностью ранга вертикальной вариограммы. Эти ограничения вариограммного подхода приводят к искусственному занижению связности коллекторов.

В качестве основы для цифрового геологического моделирования применяется подход на основе спектрального представления случайных полей. Данный метод минимизирует ошибки межскважинной интерполяции геофизических полей, в явном виде учитывает петрофизические тренды и позволяет задать математические модели корреляции данных в межскважинном пространстве для анизотропных и нестационарных коллекторов.

Спектральный подход позволяет:

- 1) Исключить параметрический анализ
- 2) Снять условия изотропности и геометрической анизотропии
- 3) Отказаться от стационарности ( подразумевается обобщение модели тренд плюс стационарный остаток)

Моделирование формы каротажа, а именно представление ее в виде ряда, является одной из основных идей метода. Благодаря моделированию форм каротажных кривых и их дальнейшей интерпретации, возможно проследивать в пространстве отдельные геологические тела, их смещение относительно стратифического каркаса вследствие особенностей условий осадконакопления. Другим преимуществом спектрального моделирования геофизических полей является учет петрофизических трендов в явном ви-

де.

Цели и задачи работы: Работа посвящена развитию актуального метода геофизического исследования структуры залегающих пород на основе спектральной теории. Произведено разложение исходного сигнала по ортонормированным полиномам, что позволяет более эффективно анализировать каротажные кривые.

Представлено теоретическое описание метода оценивания спектральной плотности, на основе которой поля в межскважинном пространстве могут быть восстановлены с повышенной точностью за счет ослабления условий стационарности и геометрической анизотропии.

## 2. Анализ формы каротажной кривой

Пусть  $f_k(h)$  нормированная кривая ГИС для  $k$ -ой скважины в пределах моделируемой области, приведенная линейным преобразованием к интервалу  $[-1; 1]$ , здесь  $h$  – вертикальная координата, глубина. Для определения формы кривой каротажа осуществим разложение по полиномам Лежандра и вейвлетам и сравним эффективность двух методов.

### 2.1. Классические ортогональные многочлены

Функция  $h(x)$  называется весовой функцией на конечном интервале  $(a, b)$ , если на этом интервале она неотрицательна, интегрируема и интеграл от этой функции положителен:

$$h(x) \geq 0, \quad 0 < \int_a^b h(x) < \infty$$

В случае бесконечного интервал  $(a, b)$  должны абсолютно сходиться интегралы

$$\int_a^b x^n h(x) dx, \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

Пусть дана последовательность алгебраических многочленов с действительными коэффициентами

$$B_0(x), B_1(x), B_2(x), \dots, B_n(x),$$

в которой каждый многочлен  $B_n(x)$  имеет степень  $n$ . Если для любых двух

многочленов выполняется условие

$$\int_a^b h(x) B_n(x) B_m(x) dx = 0, \quad n \neq m,$$

то такие многочлены называются ортогональными на интервале  $(a, b)$  с весовой функцией  $h(x)$ . Система многочленов называется ортонормированной, если каждый многочлен имеет положительный старший коэффициент и его норма с весом  $h(x)$  равна 1, т.е.

$$\|\hat{B}_n\| = \left[ \int_a^b h(x) \hat{B}_n^2(x) dx \right]^{1/2} = 1.$$

Рассмотрим следующие классические ортогональные многочлены:

- 1) Многочлены Чебышева первого рода  $\{T_n(x)\}$ , ортогональные на интервале  $[-1; 1]$  с весовой функцией  $h(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ,  $x \in (-1, 1)$
- 2) Многочлены Чебышева второго рода  $\{U_n(x)\}$ , ортогональные на интервале  $[-1; 1]$  с весовой функцией  $h(x) = \sqrt{1-x^2}$ ,  $x \in [-1, 1]$
- 3) Многочлены Лежандра  $\{P_n(x)\}$  ортогональные на интервале  $[-1; 1]$  с весовой функцией  $h(x) = 1$

На рис.2.1 показаны графики весовых функций  $h(x)$  для каждого базиса.

Пусть функция  $f(x)$  определена на интервале  $(a, b)$  и ее квадрат интегрируем с весом  $h(x)$ . Множество таких функций обозначается  $L_2[a, b; h(x)]$ . Для каждой функции такого пространства справедливо преобразование Фурье. Также можно определить коэффициенты Фурье раз-



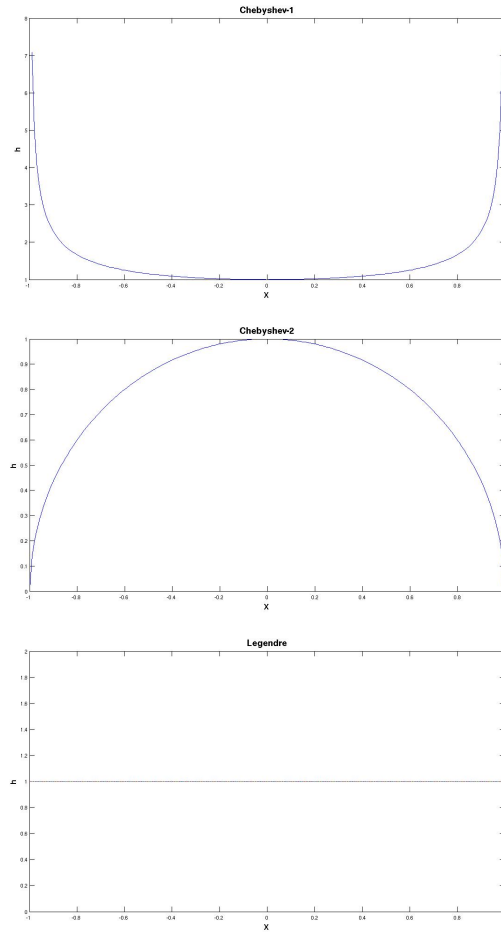


Рис. 2.1. Весовые функции рассматриваемых ортогональных многочленов

ложения по ортогональным полиномам:

$$a_n = \int_a^b h(t)f(t)B_n(t) dt, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Если интервал ортогональности конечен, а последовательность ортонормированных многочленов  $\{\hat{B}_n(x)\}$  ограничена в точке  $x \in [a, b]$ , то функцию  $f(x)$  можно представить в виде ряда Фурье по ортогональным многочленам

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n B_n(x).$$

При геофизических исследованиях скважин производятся замеры с постоянным шагом  $dx$ . Данные исследований представляются в виде из-

менения детектируемого сигнала с глубиной, каротажа. Каротаж аппроксимируется сплайнами, искусственно увеличивается количество замеров, и затем раскладывается в ряд Фурье по  $N$  ортогональным полиномам при  $K$  измерениях ( $N \ll K$ ). Таким образом, разложение кривых ГИС для каждой скважины позволяет уменьшить количество параметров, описывающих скважину, упрощая процессы сравнения скважин и дальнейшего моделирования.

Пусть на интервале  $[a, b]$  заданы точки  $x_1, x_2, \dots, x_n$  и значения функции  $f(x)$  в этих точках. Рассмотрим вопрос разложения функции в ряд по полиномам на примере многочленов Лежандра.

Стандартизованные многочлены Лежандра определяются через форму Родрига:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} [(x^2 - 1)^n], \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

откуда получаем:

$$P_0(x) = 1,$$

$$P_1(x) = x,$$

$$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1),$$

...

Рекуррентная формула для многочленов Лежандра имеет следующий вид:

$$(n + 1)P_{n+1}(x) = (2n + 1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x).$$

Преобразование  $P_n(x)$  к ортонормированным многочленам  $\hat{P}_n(x)$  осуществляется домножением на норму  $|P_n(x)|$  :

$$\hat{P}_n(x) = \sqrt{\frac{2n + 1}{2}} P_n(x).$$

Тогда рекуррентное соотношение для ортонормированных многочленов Лежандра запишется в виде

$$\frac{n+1}{\sqrt{(2n+1)(2n+3)}}\hat{P}_{n+1}(x) = x\hat{P}_n(x) - \frac{n}{\sqrt{(2n-1)(2n+1)}}\hat{P}_{n-1}(x). \quad (1)$$

### 2.1.1. Аппроксимация кривой ГИС полиномами Лежандра

Продemonстрируем аппроксимацию функции  $f(x)$  с помощью многочленов Лежандра. На рис изображен алгоритм метода. Сначала производится нормировка интервала глубин к интервалу  $[-1; 1]$  для разложения функции  $f(x)$  в ряд Фурье-Лежандра. Также функция  $f(x)$  должна принадлежать множеству функций  $L_2$ , поэтому строится интерполяция функции с шагом  $dx$ , который определяет  $f(x_i)$ , где  $x_i = -1 + idx$ ,  $i = \overline{1, I}$  ( $I = 2/dx$ ). Далее выбирается количество членов разложения  $N$  и по рекуррентной формуле (1) находят многочлены. Следующим шагом определяют коэффициенты Фурье:

$$C_k = \int_{-1}^1 f(t)\hat{P}_k(t) dt = \sum_{i=1}^{I-1} \frac{1}{2}(f(x_i)\hat{P}_k(x_i) + f(x_{i+1})\hat{P}_k(x_{i+1})).$$

И в заключении находим значения ряда Фурье в точках  $x_i$ :

$$F(x_i) = \sum_{k=0}^N C_k \hat{P}_k(x_i).$$

Приведенный выше алгоритм сделан для полиномов Лежандра и Чебышева, на основании чего был сделан выбор в пользу многочленов Лежандра. Базис Лежандра учитывает формы тренда наиболее распространенные для кривых ГИС. Степень доверия к каротажу постоянна, так как весовая функция  $h = 1$ . Базис задается рекуррентным соотношением, что

упрощает вычисления. В случае, если мы имеем явную периодичность, выгоднее выбрать тригонометрический базис.

Количество членов разложения исходного каротажа определяется достаточно субъективным образом и допускает улучшения. Детализация разложения непосредственно зависит от геологического строения исследуемой области. По этой причине необходимо отдельно подходить к вопросу о количестве членов разложения задается для каждой новой области.

На рис.2.2 приведены результаты разложения кривой каротажа с разным количеством многочленов. Учитывая корреляцию исходного сигнала и его Фурье разложение, определено, что для исследуемой области достаточно  $N = 200$  членов разложения.

### **2.1.2. Физический смысл коэффициентов разложения ряда**

Для диагностики коллекторских свойств пласта используют элементы кривой ГИС и их сочетания, а также учитывают последовательную смену аномалий в пласте. Знак отклонения кривой ГИС позволяет разделить пласт на положительные и отрицательные аномалии. Это помогает выделению в пласте литологических пачек, отдельных слоев и тел преимущественно песчанного или глинистого состава. Форма кривой ГИС содержит важную информацию по целому ряду признаков, позволяющих оценивать строение и мощность исследуемых отложений. Разложение каротажа в ряд Фурье один из способов задания формы каротажа и ее анализа.

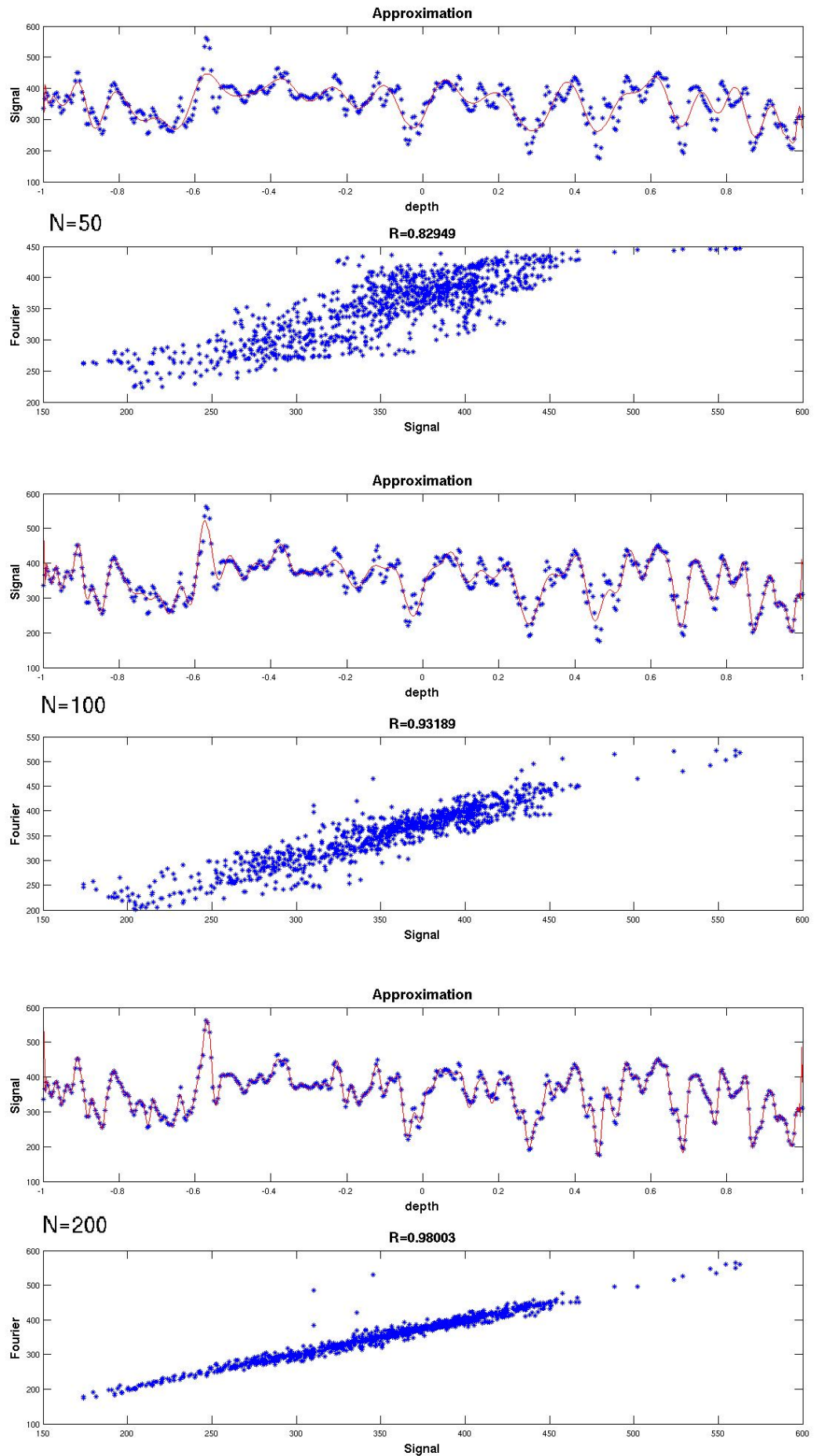


Рис. 2.2. Разложения по многочленам Лежандра для количества полиномов  $N$ . Синий – известный замер, красный – аппроксимация исходного сигнала

### 3. Интерполяция данных в межскважинное пространство

Интерполяция – метод нахождения промежуточных значений величины по дискретному набору известных значений. Интерполяция данных будет происходить в два этапа. Коэффициенты, полученные при анализе формы каротажа, подаются на вход метода К-соседей, на выходе которого мы имеем представление о математическом ожидании и дисперсии для всех коэффициентов разложения. Эти вероятностные характеристики подаются на вход следующего линейного интерполятора, который называется кригинг. В заключении рассмотрен спектральный подход к проблеме интерполяции. В данной главе представлены результаты моделирования методов и произведено сравнение вариограмного и спектрального подходов.

#### 3.1. Метод К-соседей

Следующим этапом в спектральном моделировании является построение 2D карт трендов для каждого из коэффициентов, полученных на предыдущем этапе. Моменты каротажных кривых распространяются вдоль залежи, предполагается что они являются реализацией стационарного гауссова случайного поля. Для интерполяции необходимо иметь представления о взаимном расположении скважин и их координаты. На рис.3.1 показана карта месторождения с отмеченными на ней скважинами.

Алгоритм метода:

- 1) Выбор координаты виртуальной скважины в неразбуренной области 2) Вычисление расстояний  $d_i$  от скважин до исследуемой точки
- 3) Сортировка массива расстояний по возрастанию
- 4) Выбор количества скважин, участвующих в оценке
- 5) Вычисление тренда для области моделирования

$$M = \sum_i^K F_i L_i / \sum_i^K L_i, \quad L_i = D_k - D_i$$

На рис.3.1 показано математическое ожидание, построенное для первого коэффициента разложения. Точками обозначены значения этого коэффициента для каждой скважины.

### 3.1.1. Математическая формулировка метода

Функцию  $a(x)$  можно оценить сглаживанием соседних значений поля  $\xi(x)$ . Обозначим за  $\hat{a}(x)$  сглаженную оценку среднего по методу ближайших соседей:

$$\hat{a}(x) = \frac{\sum_{j=1}^m \xi(x) (\max_{i=1...m} |x - x_i| - |x - x_j|)^V}{\sum_{j=1}^m (\max_{i=1...m} |x - x_i| - |x - x_j|)^V}, \quad (1)$$

здесь  $x_1, x_2, \dots, x_m$  – наиболее близкие к  $x$  экспериментальные точки – точки скважин,  $m, V > 0$  – варьируемые параметры. Функция  $\hat{a}(x)$  будет непрерывна по  $x$  благодаря конструкции среднего. В тех областях, где экспериментальных точек мало или их вообще нет, возможно, пользоваться моде-

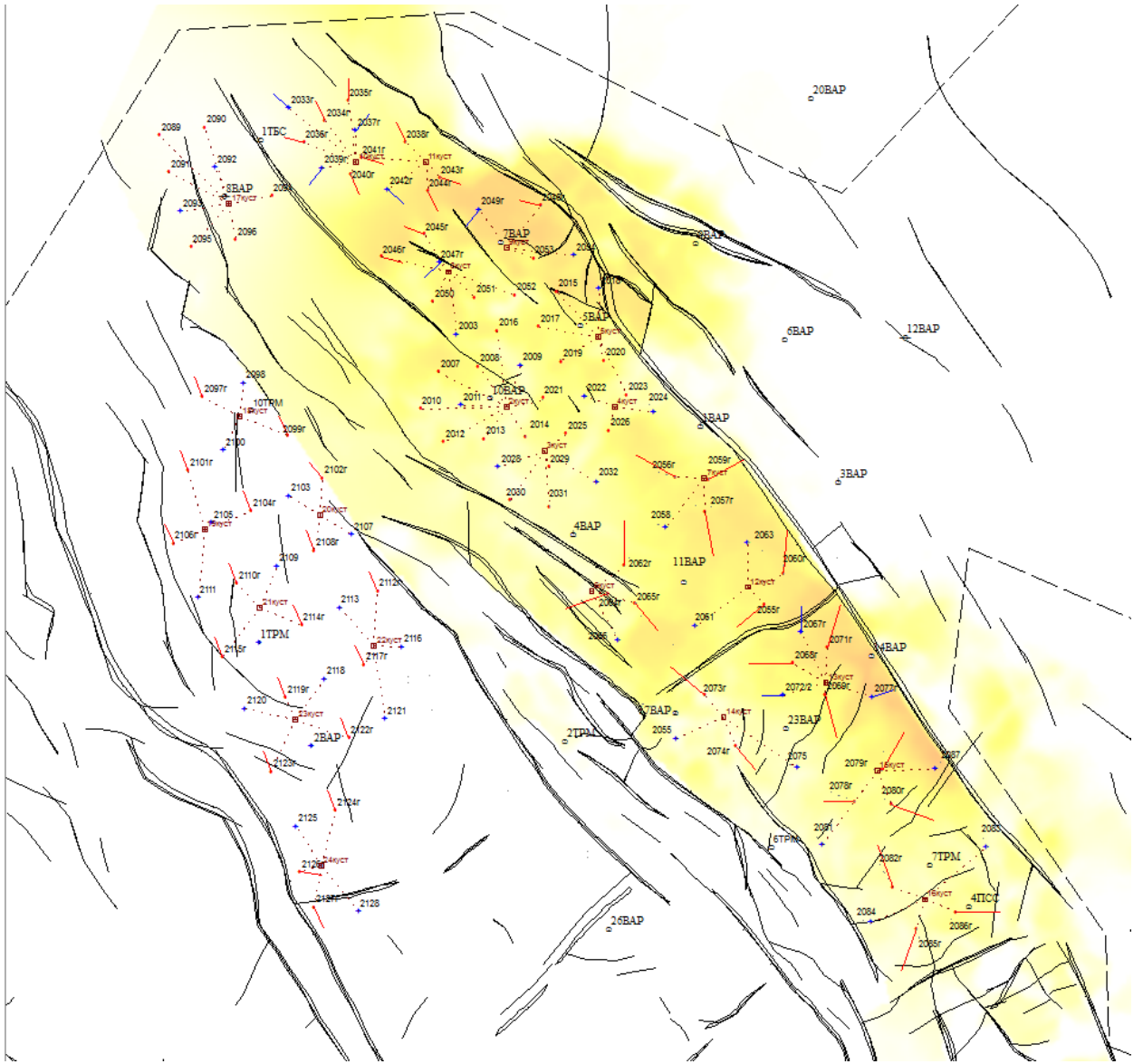


Рис. 3.1. Карта исследуемого месторождения

лями, выражающими представление геолога о характере функции среднего на конкретном месторождении.

Оценивание масштабирующей функции  $\sigma_j(x)$  производится усреднением по формуле, аналогичной (1), локальной оценки вариации поля  $\eta_j(x)$ :

$$\sigma_j(x) = \frac{\sum_{j=1}^m D_p(\max_{i=1...m} |x - x_i| - |x - x_j|)^V}{\sum_{j=1}^m (\max_{i=1...m} |x - x_i| - |x - x_j|)^V},$$



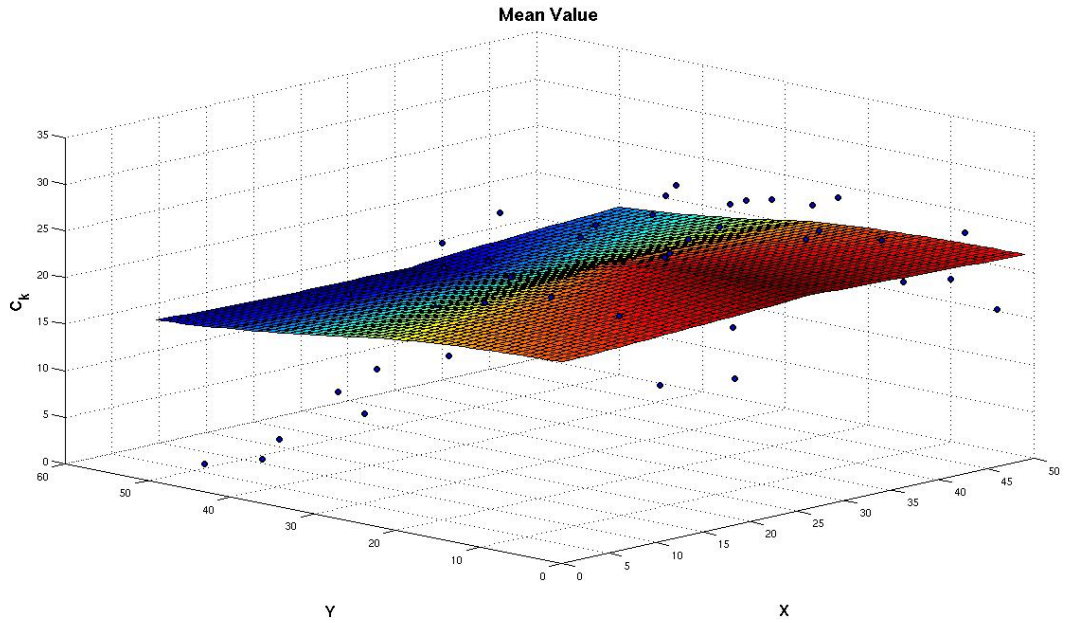


Рис. 3.2. Математическое ожидание, вычисленно по методу ближайших К-соседей

где  $D_p = \sum_{q \in N_p} (\xi_j(x_q) - \hat{a}(x_q))^2$  и  $N_p$  – множество индексов соответствующее близлежащим скважинам с индексом  $p$ .

### 3.2. Моделирование геофизического поля на основе спектральной теории

Одним из методов разрешения проблемы интерполяции является кригинг ???. Нижеизложенный подход заключается в нахождении наилучшей линейной оценки  $Z^*(u)$  геофизического поля  $Z(u)$ , которому обеспечивается минимум вариации. Интерполяционная формула кригинга поля  $Z(u)$  с нулевым средним представляет собой линейную форму

$$Z^*(u) = \sum_{k=1}^N \lambda_k Z(u_k), \quad (2)$$

где  $Z(u_k)$  - значения случайного поля  $Z(u)$  в экспериментальных точках, а константы ("веса")  $\lambda_k = \lambda_k(u)$  подбираются по методу наименьших квадратов, исходя из минимума среднеквадратичного отклонения линейной формы  $Z^*(u)$  от случайного поля  $Z(u)$ :

$$M[(Z(u) - Z^*(u))^2] \rightarrow \min_{\lambda_k}$$

Введем следующие обозначения:

$$\vec{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_N)^T$$

$$c(u) = (C(u_1 - u), C(u_2 - u), \dots, C(u_N - u))^T$$

$$\vec{Z} = (Z(u_1), Z(u_2), \dots, Z(u_N))^T$$

$$C = \|C(u_i - u_j)\|_{i,j=1,\dots,N}$$

Оптимальное значение  $\vec{\lambda}$  задается формулой:

$$\vec{\lambda} = C^{-1}c(u)$$

Для гауссовских случайных полей построенная формула кригинга имеет простое важное свойство: случайное поле невязки  $\Psi(u) = Z(u) - Z^*(u)$  и данные  $Z(u_k)$ ,  $k = 1, \dots, N$  независимы, что предоставляет возможность моделирования поля  $\Psi(u)$  независимо от исходных данных. Стоит отметить, что вместо точного представления

$$Z(u) = \Psi(u) + Z^*(u)$$

в результате моделирования мы получаем реализацию

$$Z_1(u) = \Psi_1(u) + Z^*(u)$$

где поле  $\Psi_1(u)$  есть независимая копия поля  $\Psi(u)$ . Получающаяся неопределенность в оценивании поля  $\Psi(u)$  отражает имеющуюся неопределенность в определении рассматриваемого геофизического параметра. Все эти

рассуждения сохраняют силу и в случае многомерного поля  $Z(u)$ . Кригинг является детерминированным подходом к интерполяции и дает сглаженное представление о геофизическом поле. По мере удаления от скважин оно становится все более гладким, что является неправдоподобным. В альтернативу кригингу применяют обусловленное стохастическое моделирование, воспроизводящее исходные статистические данные (математическое ожидание, ковариацию) и значение оцениваемого поля в известных точках.

Для моделирования невязки  $\delta(x) = \eta(x) - \eta^*(x)$  и построения функции кригинга  $\eta^*(x)$  используются спектральные представления для стационарных случайных процессов и полей с нулевым средним:

$$\eta(x) = \int_{R^2} e^{i(x,\lambda)} d\Phi(\lambda) \quad (3)$$

$$C(u) = M[\eta(x+u)\eta(x)] = \int_{R^2} e^{i(x,\lambda)} dF(\lambda)$$

$$|d\Phi(\lambda)|^2 = dF(\lambda)$$

где  $\Phi(\lambda)$ ,  $\lambda \in R^2$  - некоторое векторное комплекснозначное случайное поле с ортогональными приращениями и нулевым средним. В случае гауссового поля  $\eta(x)$  случайное поле  $\Phi(\lambda)$  также будет гауссовским. Здесь  $C(u)$  - матрица ковариаций поля  $\eta(x)$ ,  $F(\lambda)$  - матричная спектральная функция распределения.

Из 2 3 имеем:

$$\delta(x) = \eta(x) - \eta^*(x) = \int_{R^2} \left( e^{i(x,\lambda)} - \sum_{k=1}^N \lambda_k e^{i(x_k,\lambda)} \right) d\Phi(\lambda) \quad (4)$$

В точках  $x = x_k$  невязка  $\delta(x_k) = 0$ , поскольку в 4 подинтегральное выражение обращается в нуль, так как все  $\lambda_j$  в этих точках за исключением  $\lambda_k$  равны нулю,  $\lambda_k = 1$ .

Рассматриваемая невязка не зависит от функции кригинга  $\eta^*$ , следовательно, при моделировании мы можем выбирать поле  $\Phi(\lambda)$  независимо от  $\eta^*(x)$ . Возьмем независимую копию  $\Phi_1(\lambda)$  случайного поля  $\Phi(\lambda)$  и построим поля:

$$\begin{aligned}\delta(x) &= \int_{R^2} \left( e^{i(x,\lambda)} - \sum_{k=1}^N \lambda_k e^{i(x_k,\lambda)} \right) d\Phi_1(\lambda), \\ \hat{\eta}(x) &= \hat{\delta}(x) + \eta^*(x).\end{aligned}\tag{5}$$

Поле  $\hat{\eta}(x)$  является обусловленным и имеет такие же вероятностные характеристики, что и поле  $\eta(x)$ , но при этом с ним не совпадает. Выбирая различные варианты  $\Phi_1(\lambda)$  поля  $\Phi(\lambda)$ , мы получим различные варианты поля  $\hat{\eta}(x)$ .

Моделирование поля невязки  $\hat{\delta}(x)$  производится с заменой интеграла в 4 соответствующими интегральными суммами:

$$\hat{\delta}(x) = Re \sum_{j \in J \subset Z^2} \left( e^{x, \tau_j} - \sum_{k=1}^N \lambda_k e^{i(x_k, \tau_j)} \right) \Delta \Phi_j$$

где  $\Delta \Phi_j = U_j + iV_j, j \in J$  - гауссовские комплекснозначные вектора с нулевыми средними и

$$\begin{aligned}
\Delta\Phi_{-j} &= \overline{\Delta\Phi_j}, M[U_j] = M[V_j] = 0 \\
Cov(U_i, V_j) &= 0, \forall i, j \\
Cov(U_i, U_j) &= 0, \forall i \neq j, -j \\
Cov(V_i, V_j) &= 0, \forall i \neq j, -j \\
Cov(U_j, U_j) &= Cov(V_j, V_j) = \frac{1}{2} \int_{B_j} dF(\lambda)
\end{aligned} \tag{6}$$

где  $B_j$  - элементы разбиения,  $\tau_j \in B_j$ .

Вычисления по рассматриваемым формулам принципиально параллеливаются при программировании. Точность определения интеграла 4 ограничивается только вычислительными возможностями.

### 3.3. Оценивание спектральной плотности и ковариационной функции

При оценивании одномерного стационарного случайного поля  $X(t)$  с нулевым средним, заданного на области  $D \in R^2$  используется периодограмма:

$$I_D(\lambda) = \frac{1}{4\pi|D|} \left| \int_D e^{-i(t,\lambda)} \mathbf{X}(t) \right|^2 dt,$$

где  $|D|$  - площадь области  $D$ .

Периодограмма не является состоятельной оценкой спектральной плотности, однако, линейные интегральные функционалы от нее состоятельно оценивают аналогичные линейные интегральные функционалы от спектральной плотности. [ [?]]

Непосредственное вычисление периодограммы невозможно, поскольку в большинстве случаев кривую каротажа нельзя назвать гладкой.

Мы пользуемся приближенным вычислением векторной периодограммы соответствующей интегральной суммы:

$$\hat{I}_D(\lambda) = \frac{1}{4\pi|D|} \left( \sum_{k=1}^N \eta(x) \int_{D_k} e^{-i(x,\lambda)} dx \right) \times \left( \sum_{k=1}^N \eta(x) \int_{D_k} e^{-i(x,\lambda)} dx \right)^T, \quad (7)$$

$$(8)$$

где  $D_k, k = 1, \dots, N$  - подобласти области  $D$  (разбиение Вороного), с  $x_k \in D_k$

Также нам потребуется усечение периодограммы:

$$I_D^*(\lambda) = \begin{cases} I_D^*(\lambda), & \lambda \in [-\lambda_0, \lambda_0]^2, \\ 0, & \lambda \notin [-\lambda_0, \lambda_0]^2 \end{cases} \quad (9)$$

где  $\lambda_0 = \frac{1}{\pi \min_{i,j} |x_i - x_j|}$  - частота Найквиста, определяемая из следующего соображения: наименьшая длина волны, которую мы можем себе позволить оценивать по имеющимся данным, вдвое больше наименьшего расстояния между скважинами.

Наконец, для того чтобы частично компенсировать погрешности в (??), (9), оценку (9) следует перенормировать, исходя из следующего свойства спектральной плотности:

$$\int_{R^2} f(\lambda) d\lambda = M[\eta(x)\eta(x)^T] = \frac{1}{|D|} \sum_{k=1}^N \eta(x_k)\eta(x_k)^T |D_k| = C_0.$$

В качестве оценки спектральной плотности можно взять величину:

$$\hat{f}(\lambda) = C_0^{\frac{1}{2}} R^{-\frac{1}{2}} I_D^*(\lambda) R^{-\frac{1}{2}} C_0^{\frac{1}{2}},$$

где

$$R = \int_{R^2} I_D^*(\lambda) d\lambda$$

Нормировка оценки спектральной плотности:

$$\int_{R^2} \hat{f}(\lambda) d\lambda = C_0$$

Зная функцию спектральной плотности можно вычислить ковариационную функцию :

$$C(u) = \int_{R^2} e^{-i(u,\lambda)} \hat{f}(\lambda) d\lambda$$

Предлагаемая математическая модель снимает основные ограничения вариограммного анализа: снимается в явном виде условие геометрической анизотропии и ослабляется условие стационарности. На рис. 3.3 показано сравнение трех методов восстановления геофизических полей в межскважинном пространстве.

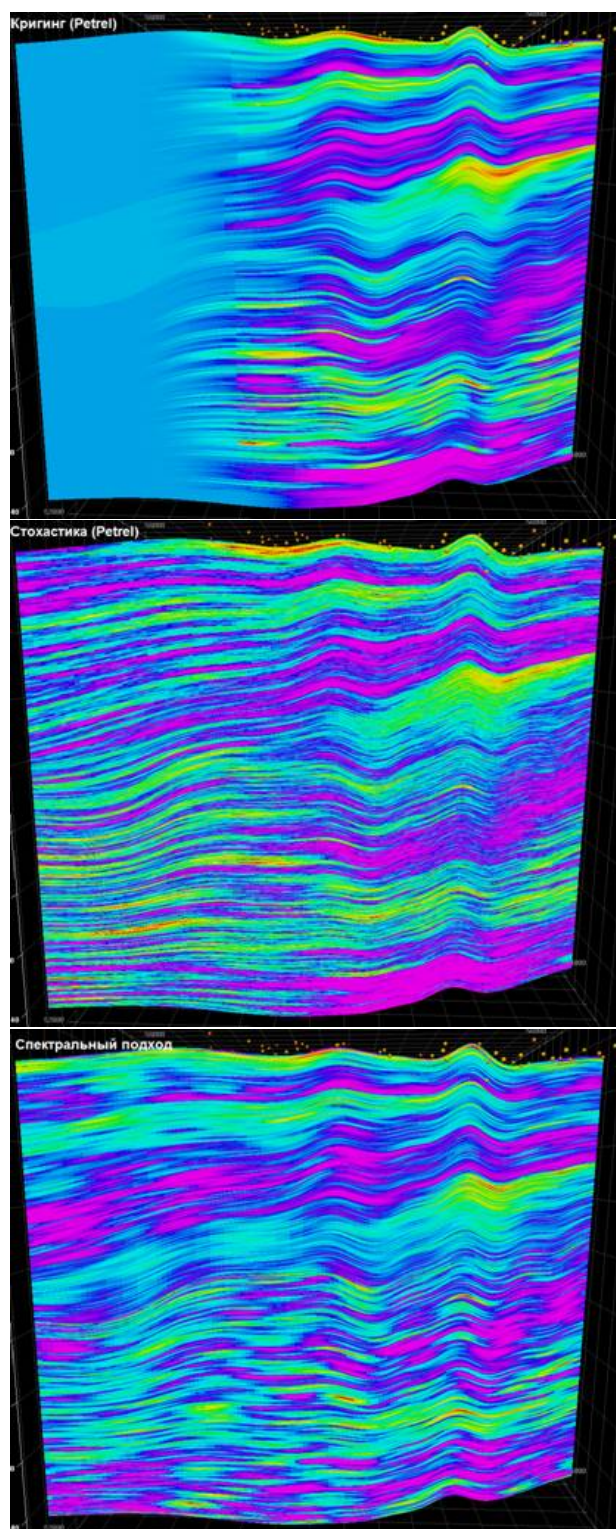


Рис. 3.3. Сравнение результатов моделирования



## Основные результаты и выводы

1. Разложение по ортонормированным полиномам Лежандра позволяет упростить анализ кривых ГИС за счет сокращения объема входных параметров.
2. Построена функция кригинга для моделируемого пласта на основе данных месторождения "им. Р Требса-ЭКС" в республике Башкортостан. Произведена апробация метода спектрального моделирования для выбранных скважин моделируемого пласта.
3. Анализ результатов стохастического моделирования, кригинга и спектрального моделирования позволил выявить достоинства последнего, заключающиеся в отказе от вариограммного подхода и предположение о стационарности процесса.